الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية

الديوان الوطني للامتحانات والمسابقات

امتحان بكالوريا التعليم الثانوي

* دورة جوان 2008 *

الشعبة : آداب وفلسفة + لغات أجنبية

المدة :02 سا و 30 د

اختبار في مادة الرياضيات

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين :

الموضوع الأول

التمرين الأول (6 نقط)

a وَ b عددان طبيعيان حيث $b=2006$ ، $a=1428$

1/ أ) عين باقي القسمة الإقليدية للعدد a على 9

ب) بيّن أن : $b\equiv -1[9]$

جـ) هل العددان a وَ b متوافقان بترديد 9 ؟ برّر إجابتك .

2/ أ) ما هو باقي قسمة العدد $\left(a+b^2\right)$ على9 ؟

ب) استنتج باقي قسمة $\left(a+b^2\right)$ على 3

التمرين الثاني (5 نقط)

$\left(u_n\right)$ متتالية معرفة على $\mathbb{N}$ كما يلي : $u_n=3n+1$.

1/ احسب u_2,u_1,u_0 .

2/ بين أن $\left(u_n\right)$ حسابية يطلب تعيين أساسها . عيّن اتجاه تغير $\left(u_n\right)$.

3 / تحقق أن العدد 2008 حدّ من حدود المتتالية $\left(u_n\right)$. ما رتبته؟

4 / أحسب المجموع : $S=u_0+u_1+u_2+...+u_{669}$

التمرين الثالث (9 نقط)

f دالة معرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $f(x)=x^3-3x$

$\left(C_f\right)$ المنحنى الممثل للدالة f في مستو منسوب إلى معلم متعامد متجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$.

1) احسب $f(-2)$ ، $f(-1)$.

2) أ) احسب $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)$ ، $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$

ب) احسب $f'(x)$ ثم أدرس إشارتها.

جـ) شكّل جدول تغيرات الدالة f .

3) أ) حل في $\mathbb{R}$ المعادلة $f(x)=0$.

ب) استنتج أن المنحنى $\left(C_f\right)$ يقطع محور الفواصل في ثلاث نقاط يطلب تعيين إحداثيي كل منها .

جـ) اكتب معادلة للمستقيم (Δ) مماس المنحنى $\left(C_f\right)$ عند النقطة التي فاصلتها 0 .

ادرس وضعية $\left(C_f\right)$ بالنسبة إلى (Δ) . ماذا تستنتج ؟

د) أرسم $\left(C_f\right)$ و (Δ).

الموضوع الثاني

التمرين الأول (6 نقط)

(u_n) متتالية عددية معرفة بحدها الأول $u_1=7$ و من اجل كل عدد طبيعي غير معدوم n : $u_{n+1}=2u_n+1$

1) أحسب u_2 ، u_3 ، u_4 .

2) من اجل كل عدد طبيعي غير معدوم n ، نعرف المتتالية (v_n) كما يأتي : $v_n=u_n+1$.

أ – أثبت أن (v_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها q وحدها الأول v_1.

ب – اكتب عبارة الحد العام v_n بدلالة n ثم استنتج u_n بدلالة n .

ج– نضع: $S_n=v_1+v_2+...+v_n$ ، احسب S_n بدلالة n.

د – عين n علما أن $S_n=1016$.

التمرين الثاني (4 نقط)

1 ـــ احسب باقي قسمة كل من $3^2, 3^3, 3^4, 3^5, 3^6$ على 7.

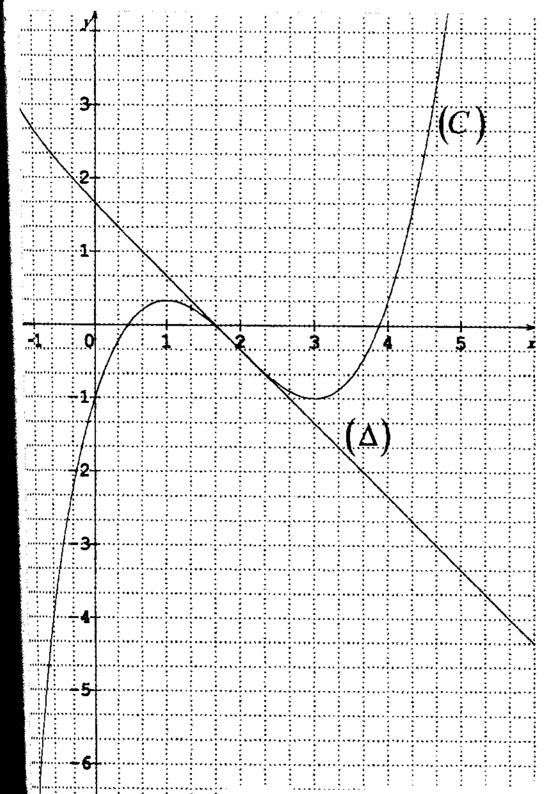
2 ـــ عين باقي قسمة كل من : 3^{6n} و 3^{6n+4} على 7 حيث n عدد طبيعي غير معدوم.

استنتج باقي قسمة 3^{2008} على 7.

3 ـــ بين أن العدد :

$3\times3^{6n+4}-2\times3^{6n}+4$ يقبل القسمة على 7 من أجل كل عدد طبيعي n.

التمرين الثالث (10 نقط)



المنحنى (C) المرسوم في الشكل المقابل هو لدالة

f معرفة على المجال $]-1,+\infty[$ و (Δ) مماس للمنحنى (C)

عند النقطة التي فاصلتها 2 .

1) خمن نهاية f عند $+\infty$ ثم بقراءة بيانية

عين اتجاه تغير f على المجال $]-1,+\infty[$.

شكل جدول تغيرات f .

2) من العبارات الآتية:

$f_1(x)=\frac{1}{3}x^3-2x^2+3x+1$ ، $f_2(x)=\frac{1}{3}x^3-2x^2+3x-1$

$f_3(x)=-\frac{1}{3}x^3-2x^2+3x-1$

عين العبارة المناسبة للدالة f مبررًا ذلك .

3) ادرس تغيرات الدالة f . هل تخميناتك و قراءتك السابقة صحيحة؟

4) عين معادلة للمستقيم (Δ).

5) عين إحداثيي نقطة الانعطاف للمنحنى (C) .

6) ارسم المستقيم $y=-1$ ، ثم حل بيانيا المتراجحة ذات المجهول الحقيقي x : $f(x)<-1$

7) عين نقطتي تقاطع المنحنى (C) مع المستقيم (D) ذي المعادلة : $y=3x-1$

انتهـــــــى

بالتوفيـــــق

محاور الموضوع	الموضوع الأول — عناصر الإجابة	العلامة: مجزأة	العلامة: المجموع
الموافقة	التمرين الأول : (06 ن)		
	$a=1428$ ، $b=2006$		
	1) أ) $1428=9(158)+6$		
	أي $1482\equiv 6[9]$	1	
	و منه باقي قسمة a على 9 هو 6		
	ب) $b-(-1)=2007=9\times 223$		06
	اذن $b-(-1)\equiv 0[9]$		
	أي $b\equiv -1[9]$	1	
	جـ) بما أن $b\equiv -1[9]$ فإن $b=8\equiv[9]$ و منه باقي قسمة b على 9 هو 8		
	بما أن العددين b و a ليس لهما نفس الباقي على 9	1	
	فإنهما غير متوافقين على 9.	0,5	
	2) أ) $a+b^2\equiv 6+(-1)^2[9]$	0,5	
	$a+b^2\equiv 7[9]$		
	باقي قسمة $a+b^2$ على 9 هو 7 .	0,5	
	ب) حسب نتيجة السؤال (أ)	0,5	
	$a+b^2=9k+7 \quad (k\in\mathbb{N})$		
	$=3(3k+2)+1$	0,5	
	$=3k'+1 \quad (k'=3k+2)$		
	باقي قسمة $a+b^2$ على 3 هو 1	0,5	
القسمة الإقليدية	التمرين الثاني : 05 ن		
	$u_n=3n+1$		
	1) $u_0=1 \quad u_1=4 \quad ,u_2=7$	3×0,25	
	2) $u_{n+1}=3(n+1)+1=3n+4$	0,5	05
	$u_{n+1}-u_n=(3n+4)-(3n+1)=3$	0,5	
	إذن (u_n) حسابية أساسها 3 .	0,5	
	و هي متتالية متزايدة تماما لأن أساسها موجب.	0,5	
	3) $u_n=2008$		
	$u_{n+1}=2008$	0,5	
	و منه $n=669$		
	بما أن 669 عدد طبيعي فإن 2008 حد من المتتالية و رتبته 670.	0,5	
	69		

محاور الموضوع	عناصر الإجابة	العلامة: مجزأة	العلامة: المجموع
	4) حساب المجموع :		
	$s = u_0 + u_1 + u_2 + \ldots + u_{669}$	0,5	
	s مجموع 670 حدا الأولى للمتتالية (u_n)		
	$s = \frac{670}{2}(u_0 + u_{669})$	0,5	
	$= 335(1+2008)$		
	$= 335 \times 2009$		
	$s = 673015$	0,25	
الدوال	التمرين الثالث : (09 ن)		
	$f(x) = x^3 - 3x$		
	1) $f(-2) = -2$; $f(-1) = 2$	2×0,25	0,5
	2) أ) $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = \lim\limits_{x\to-\infty} (x^3) = -\infty$	0,25	0,5
	$\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$	0,25	
	ب) من اجل كل $x \in \mathbb{R}$ فإن $f'(x) = 3x^2 - 3$	1	1
	إشارة $f'(x)$: $f'(x) = 0$		
	$3x^2 - 3 = 0$		
	$(x=-1)$ أو $(x=1)$	0,5	
	$f'(x) > 0$ من أجل $x \in]-\infty,-1[\cup]1,+\infty[$	0,25	1
	$f'(x) < 0$ من اجل $x \in]-1,1[$	0,25	
	جـ) جدول التغيرات (أدناه)	0,5	0,5

x	$-\infty$		-1		$+1$		$+\infty$
$f'(x)$		+	0	−	0	+	
تغير f	$-\infty$	↗	2	↘	-2	↗	$+\infty$

محاور الموضوع	عناصر الإجابة	العلامة: مجزأة	العلامة: المجموع
	3) أ) $f(x) = 0$ معناه $x^3 - 3x = 0$		1
	و منه $x(x^2-3) = 0$ اذن	0,25	
	مجموعة الحلول هي : $\{0, -\sqrt{3}, \sqrt{3}\}$	0,75	
	ب) حلول المعادلة $f(x) = 0$ هي فواصل نقط تقاطع المنحنى (C_f) مع محور الفواصل .		1,5
	احداثيات النقط هي $(0,0)$, $(-\sqrt{3},0)$, $(\sqrt{3},0)$	0,5×3	
	جـ) معادلة (Δ) $y = -3x$	0,75	1,5
	اشارة $f(x) - y$	0,5	
	الإستنتاج	0,25	
	د) رسم (C_f) ، (Δ)	1,5	1,5

محاور الموضوع	الموضوع الثاني عناصر الإجابة	العلامة مجزأة	العلامة المجموع
متتاليات	**التمرين الأول : 06 نقاط** 1) $u_2 = 15$, $u_3 = 31$, $u_4 = 63$ 2) أ) $v_{n+1} = 2v_n$; $q = 2$ $v_1 = 8$ ب) $v_n = 8\times 2^{n-1}$ و $u_n = 8\times 2^{n-1} - 1$ ج) $S_n = 8(2^n - 1)$ $S_n = v_1 \dfrac{q^n - 1}{q - 1}$ د) $n = 7$ $2^n = 128$	3×0,5 3×0,5 2×0,5 0,25+0,75 0,5+0,5	06
موافقات	**التمرين الثاني : 04 نقاط** 1 – بواقي قسمة $3^2, 3^3, 3^4, 3^5, 3^6$ على 7. هي على الترتيب : 2 ، 6 ،4 ، 5 ، 1 2 - $3^6 \equiv 1[7]$ و منه $3^{6n} \equiv 1[7]$ و $3^{6n+4} \equiv 4[7]$ باقي قسمة 3^{6n} هو 1 و باقي قسمة 3^{6n+4} هو 4 $2008 = 6\times 334 + 4$ و منه با قي قسمة 3^{2008} على 7 هو 4 $3\times 3^{6n+4} - 2\times 3^{6n} + 4 \equiv (3\times 4 - 2\times 1 + 4)[7]$ $\equiv 0[7]$ العدد $(3\times 3^{6n+4} - 2\times 3^{6n} + 4)$ يقبل القسمة على 7 .	0,25×5 0,5 0,5 0,25 0,25 0,5 0,5 0,25	04
	التمرين الثالث : 10 نقاط 1/ $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$ f متزايدة تماما على $[-1,1]$ f متناقصة تماما على $[1,3]$ f متزايدة تماما على $[3,+\infty[$ جدول التغيرات 2/ $f_1(x)$ غير مناسبة لأن ($f(0) = 1$ غير صحيح) $f_3(x)$ غير مناسبة لأن ($\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = -\infty$ غير صحيح) و منه $f(x) = f_2(x)$ __ملاحظة__ : يقبل أي تبرير آخر صحيح 3/ $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$ و $f(-1) = -\dfrac{19}{3}$ f قابلة للاشتقاق على $[-1,+\infty[$ $f'(x) = x^2 - 4x + 3$ إشارتها جدول التغيرات	0,25 0,25 0,25 0,25 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5+0,5 0,25 0,5 0,5 0,25	10

71

محاور الموضوع	عناصر الإجابة	العلامة مجزأة	العلامة المجموع
	تعتبر إجابة التلميذ صحيحة إذا عبرت عن الإنسجام بين قراءته و تخميناته من جهة و بين نتائج دراسة تغيرات الدالة f التي اختارها في السؤال 2 .	0,5	
	/4 $(\Delta): y=-x+\frac{5}{3}$ (الطريقة ثم النتيجة)	0,5+0,5	
	(تقبل الحالتين الممكنتين : هندسيا و تحليليا) /6 $S=[-1;0[$ الشرح ثم النتيجة	0,5+0,5	
	/5 $f''(x)=2x-4$	0,25	
	$f''(x)$ تنعدم عند 2 و تغيّر إشارتها	0,5	
	منه (C) يقبل $\omega\left(2,-\frac{1}{3}\right)$ نقطة انعطاف.	0,25	
	7 / يتقاطع (C) مع (D) في نقطتين هما $A(0,-1)$ و $B(6,17)$	0,5×2	

72